

ITERPRETACION ECONOMICA DE DUAL

Una compañía fabrica 4 modelos de escritorios, cada escritorio es primero construido en el taller de carpintería y entonces es enviado al departamento de acabados, donde este es barnizado, encerado y pulido, se proporciona a continuación la siguiente información:

1. Los insumos (materia prima y accesorios) están disponibles en cantidades suficientes y todos los escritorios pueden ser vendidos.
2. La compañía desea determinar la mezcla óptima de productos tal que se maximice la ganancia.
3. Las limitaciones de capacidad por departamento por el próximo periodo de planeación son: 6000 H.H (Horas-Hombre) en el taller de carpintería y 4000 H.H en el de acabados.
4. Las horas hombre requeridas por tipo de escritorio y sus ganancias se dan a continuación

	ESCRITORIO			
	1	2	3	4
Taller de carpintería (H.H)	4	9	7	10
Depto. de acabados (H.H)	1	1	3	40
Ganancias (en miles de pesos)	12	20	18	40

Primo

$$\text{Max } Z = 12X_1 + 20X_2 + 18X_3 + 40X_4$$

Sujeto a:

$$4X_1 + 9X_2 + 7X_3 + 10X_4 \leq 6000$$

$$X_1 + X_2 + 3X_3 + 40X_4 \leq 4000$$

$$X_i \geq 0$$

Dual

$$\text{Min } Z = 6000W_1 + 4000W_2$$

Sujeto a:

$$4W_1 + W_2 \geq 12$$

$$9W_1 + W_2 \geq 20$$

$$7W_1 + 3W_2 \geq 18$$

$$10W_1 + 40W_2 \geq 40$$

$$W_i \geq 0$$

TABLA INICIAL:

	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	LD
Zj-Cj		-12	-20	-18	-40	0	0	0
X5		4	9	7	10	1	0	6000
X6		1	1	3	40	0	1	4000

Tabla Final

	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	LD
Zj-Cj		0	20/3	10/3	0	44/15	4/15	56000/3
X1		1	7/3	5/3	0	4/15	-1/15	4000/3
X4		0	-1/30	1/30	1	-1/150	4/150	200/3

Interpretación económica:

Las variables del dual o precios sombra se encuentran en la fila Zj-Cj bajo las columnas que aportaron en la tabla inicial las variables de holgura. (1ª. Restricción que aportó la 1ª columna de la matriz identidad, estará relacionada con W₁ , 2ª restricción que aportó la 2ª columna de la matriz identidad, estará relacionada con W₂ y así sucesivamente.

El precio sombra o W , indicará que por cada unidad que se incremente la disponibilidad del recurso i , la función objetivo Z mejorara en W unidades.

Indicar:

- si $W \neq 0$ en su ecuación correspondiente la variable de holgura es igual a cero, es decir se usan todos los recursos de esta restricción.
- Sí $W=0$, en su ecuación correspondiente la variable de holgura es diferente de cero, es decir no se usan todos los recursos de esta restricción.

Para que adquirir más artículos de cierto recurso si su precio sombra W es igual a cero, es decir que no se han usado todos los artículos de este recurso.

Interpretando en este ejemplo:

De la tabla:

Por cada Hora-Hombre extra que se tenga en el departamento de acabados la ganancia se incrementará en $4/15$ pesos

Por cada Hora-Hombre extra que se tenga en el taller de carpintería la ganancia se reducirá en $44/15$ pesos

Usando $W=C_B B^{-1}$

Partiendo que $X^*_1=4000/3$ y $X^*_4=200/3$, son variables básicas

$$C_B=(12 \ 40),$$

$$W^*_2=(12 \ 40)$$

$$W^*_1=44/15 \quad W^*_2=4/15$$

$$Z^*=6000 W^*_1+4000 W^*_2 = 6000(44/15) + 4000 (4/15) = 56000/3$$

Usando Holgura Complementaria:

$$\begin{aligned} \text{Ecuación 1} \quad W_1(4x_1+9x_2+7x_3+10x_4-6000) &= 0 \\ W_1(4(400/3)+0+0+10(200/3)-6000) &= 0 \\ W_1(6000-6000) &= 0 \\ W_1(0) &= 0, \text{ esta Ajustada, por lo tanto } W_1 \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ecuación 2} \quad W_2(x_1+x_2+3x_3+40x_4-4000) &= 0 \\ W_2(400/3+0+0+40(200/3)-4000) &= 0 \\ W_2(4000-4000) &= 0 \\ W_2(0) &= 0, \text{ esta Ajustada, por lo tanto } W_2 \neq 0 \end{aligned}$$

Tomando en cuenta las ecuaciones de Dual asociadas a las variables básicas del Primo, tenemos:

$$\begin{aligned} 4W^*_1 + W^*_2 &= 12 \quad *(-40) \\ \underline{10W^*_1 + 40W^*_2} &= 40 \\ -150W^*_1 &= -440W^*_2 \\ W^*_1 &= 44/15 \end{aligned}$$

$$\text{De la 1ª ecuación} \quad 4(44/15) + W^*_2 = 12, \quad W^*_2 = 180/15 - 176/15, \quad W^*_2 = 4/15$$